


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Саратовский государственный технический  
университет имени Гагарина Ю.А.»

Энгельсский технологический институт (филиал)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ЭТИ (филиал) СГТУ  
имени Гагарина Ю.А.  
В.В. Лобанов  
«26» июня 2024 г.



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

учебной дисциплины  
ЕН.01 Математика

по специальности:  
09.02.07 Информационные системы и программирование

## Пояснительная записка

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование следующими умениями, знаниями, общими компетенциями:

### **уметь:**

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел.
- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления
- решать дифференциальные уравнения
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел

### **знать:**

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

Общие компетенции, включающие в себя способность:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

В ФОС по учебной дисциплине ЕН.01 Математика включены:

### **1) текущий контроль успеваемости:**

- входной контроль знаний;
- рубежный контроль успеваемости;
- межсессионную аттестацию.

### **2) промежуточная аттестация.**

- Экзамен 3 семестр

## Информационное обеспечение реализации программы

**Перечень используемых учебных изданий, интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

### **Электронные издания (электронные ресурсы)**

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469649>

2. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470393>

3. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 616 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15118-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470026>

4. Башмаков, М.И., Математика. Практикум: учебно-практическое пособие / М.И. Башмаков, С.Б. Энтина. — Москва: КноРус, 2021. — 294 с. — ISBN 978-5-406-05758-2. — URL:<https://book.ru/book/939104> — Текст: электронный.

5. Башмаков, М.И., Математика: учебник / М.И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2020. — 394 с. — ISBN 978-5-406-08166-2. — URL:<https://book.ru/book/935689> — Текст : электронный.

6. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469825>

7. Богомолов, Н. В. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 108 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09528-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469826>

8. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469433>

9. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 439 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09108-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470790>

10. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 320 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09135-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470791>

11. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для среднего профессионального образования / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-9122-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/427070>

### **Интернет-ресурсы:**

1. <http://rustud.ru/> - Математика, физика, информатика Лекции, конспекты, курсовые, примеры решения задач
2. <http://siblec.ru/> - Банк лекций
3. <http://www.mathteachers.narod.ru> - математика для колледжей

### **Электронно-библиотечная система:**

1. ЭБС «IPRbooks», ООО «Ай Пи Эр Медиа»

2. ЭБС «Электронная библиотека технического вуза», ООО «Политехресурс»
3. ЭБС «Лань», ООО «Издательство Лань»
4. ЭБС «elibrary», ООО «РУНЭБ»
5. ЭБС «ЮРАЙТ»
6. ЭБС «Book.ru»

## Текущий контроль успеваемости

Входной контроль проводится в форме:

- тестирования.

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 90 минут. Выполняйте задания в любом порядке.

### Тест для выполнения входного контроля:

1. Выберите правильное утверждение:

- а) предел постоянной величины равен  $\infty$ ;
- б) постоянный множитель нельзя выносить за знак предела;
- в) постоянный множитель можно выносить за знак предела;
- г) предел постоянной величины равен нулю.

2. Вычислить :  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + x + 5)$

- а) 8
- б) 9
- в) 12
- г) -1

3. Вычислить:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

- а) 0
- б) 4
- в)  $\infty$
- г) не существует

4. Действие нахождения производной функции называется

- а) дифференцирование;
- б) потенцирование;
- в) логарифмирование;
- г) интегрирование.

5. Производная от постоянной величины равна

- а) 1;
- б) 0;
- в) значению постоянной;
- г)  $\infty$ .

6. Найдите производную функции  $y = x^3 + x^2 + 2$ .

- а)  $y = x^2 + 2x + 2$ ;
- б)  $y = x^2 + x$ ;
- в)  $y = 3x^2 + 2x$ ;
- г)  $y = x^2 + x$ ;

7. Найдите производную функции  $y = 2e^x + 0,3x^3$

- а)  $y' = 2e^x + 0,1x^3$ ;
- б)  $y' = 2e^x + 0,9x^2$ ;
- в)  $y' = 2xe^{x-1} + 0,9x^2$ ;
- г)  $y' = 2xe^{x-1} + 3x$ .

8. Производная функции  $y = x^4 + \sin x$  равна...

а)  $y' = x^3 + \cos x$ .

б)  $y' = 4x^3 + \cos x$ .

в)  $y' = 4x^3 - \cos x$

г)  $y' = x^3 - \cos x$

9. Значение производной функции  $y = 5x^3 + 7$  в точке  $x = 2$  равно:

а) 30;

б) 67;

в) 60 ;

г) 20.

10. Для какой функции найдена производная  $y' = 4x^3 - x^2$ .

а)  $y = 12x^2 - 2x$ ;

б)  $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}$ ;

в)  $y = 4x^4 - x^3$ ;

г)  $y = x^4 - \frac{x^3}{3}$ .

11. Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство:

а)  $f'(x) = F(x)$

б)  $f'(x) = F(x) + C$

в)  $F'(x) = f(x)$

г)  $f(x) = F'(x) + C$

12. Операцию нахождения первообразной для функции называют:

а) дифференцирование;

б) потенцирование;

в) логарифмирование;

г) интегрирование.

13. Найдите первообразную для функции  $f(x) = x^2 - \sin x$

а)  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + C$ ;

б)  $F(x) = 2x - \cos x + C$ ;

в)  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + C$ ;

г)  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \sin x + C$ .

14. Найдите первообразную функции  $f(x) = x$ , график которой проходит через точку  $A(2;0)$ .

а)  $\frac{x^2}{2} - 2$  ;

б)  $\frac{x^2}{2}$  ;

в)  $\frac{x^2}{2} + 2$  ;

г)  $x^2 - 2$  .

15. Для функции  $f(x)$  выражение  $F(x) + C$  - это есть:

- а) определенный интеграл;
- б) множество первообразных;
- в) множество производных;
- г) подынтегральная функция.

16. В интеграле  $\int f(x)dx$  ,  $f(x)$  - это:

- а) переменная интегрирования;
- б) подынтегральное выражение;
- в) первообразная функции;
- г) подынтегральная функция.

17. Найти неопределённый интеграл  $\int 2 dx$

а)  $2 + C$

б)  $2x + C$

в)  $\frac{x}{2} + C$

г)  $2x^2 + C$

18. Найти неопределённый интеграл  $\int 5 \sin x dx$

а)  $-5 \cos x + C$

б)  $\frac{1}{5} \cos x + C$

в)  $5 \sin x + C$

г)  $5 \cos x + C$

19. Найти неопределённый интеграл  $\int e^{3x} dx$

а)  $\frac{1}{3} e^{3x} + C$

б)  $3e^{3x} + C$

в)  $e^{3x} + C$

г)  $\frac{1}{3} e^{3x}$

20. Формула Ньютона- Лейбница для вычисления определённого интеграла записывается так:

а)  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$

$$\text{б)} \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\text{в)} \int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$$

$$\text{г)} \int_a^b f(x) dx = F(b)$$

21. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^0 x^5 dx$ .

$$\text{а)} -\frac{1}{6} ;$$

$$\text{б)} \frac{5}{6} ;$$

$$\text{в)} \frac{1}{6} ;$$

$$\text{г)} -1 .$$

22. Вычислить определённый интеграл  $\int_1^e \frac{dx}{x}$

$$\text{а)} 0$$

$$\text{б)} e$$

$$\text{в)} 1$$

$$\text{г)} 2$$

23. Решением дифференциального уравнения является:

а) число;

б) пара чисел;

в) функция;

г) производная функции.

24. Решить дифференциальное уравнение  $y' = x + 1$  и выбрать правильный ответ.

$$\text{а)} y = \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$\text{б)} y = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\text{в)} y = 2x + x + C$$

$$\text{г)} y = \frac{x^2}{2} + x$$

25. Найти первые 3 члена числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ :

$$\text{а)} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots$$

$$\text{б)} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$



$$в) \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$$з) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \dots$$

26. Дана формула общего члена ряда  $a_n = \frac{2n-1}{2^n}$ . Написать первые 4 члена ряда.

$$а) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots;$$

$$б) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots;$$

$$в) \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots;$$

$$з) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{5}{8} - \frac{7}{16} + \dots .$$

27. Случайное событие, это такое событие

а) причины которого неизвестны;

б) если условия в которых оно происходит, различны;

в) закономерности которого не поддаются наблюдению;

з) которое при совокупности одних и тех же условий может произойти, а может не произойти.

28. Если  $n$  – число всех элементарных исходов некоторого события  $A$ ,

$m$  - число благоприятствующих событию  $A$  исходов, то вероятностью события  $A$  называют ...

а) отношение  $\frac{m}{n}$  и записывают  $P(A) = \frac{m}{n}$

б) сумму  $m + n$ , и записывают  $P(A) = m + n$

в) разность  $m - n$ , и записывают  $P(A) = m - n$

з) произведение  $m \cdot n$ , и записывают  $P(A) = m \cdot n$

29. Бросили игральную ФОСТЬ. Какова вероятность, что выпадет четное число очков?

Ответ: а)  $\frac{1}{2}$ ;

б)  $\frac{2}{3}$ ;

в)  $\frac{1}{3}$ ;

з)  $\frac{5}{6}$ .

30. На карточках выписаны числа от 1 до 10 (на одной карточке – одно число). Карточки положили на стол и перемешали. Какова вероятность того, что на выбранной наугад карточке окажется число 3?

а)  $\frac{3}{10}$

б) 0,1

в)  $\frac{1}{3}$

з) 0,4

**Критерии оценивания:**

- «Отлично» (90 -100% правильных ответов)
- «Хорошо» (72 – 89 % правильных ответов)
- «Удовлетворительно» (61 -71 % правильных ответов)
- «Неудовлетворительно» (<60 % правильных ответов)

**Рубежный контроль****Тема 1. Основы теории комплексных чисел.**

**Тема 1.1.** Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.

Опрос (устный).

1. Дать определение комплексного числа?
2. Сформулировать определение мнимой единицы?
3. Как найти степень мнимой единицы?
4. Какие комплексные числа называют равными, сопряженными?
5. Приведите примеры мнимых чисел?
6. Дать определение суммы двух комплексных чисел?
7. Дать определение частного двух комплексных чисел?
8. Как изображаются комплексные числа на координатной плоскости?
9. Дать определение модуля и аргумента комплексного числа?
10. Как найти аргумент комплексного числа?
11. Как записать общий вид комплексного числа в тригонометрической форме?
12. Как разделить два комплексных числа в тригонометрической форме?
13. Как возвести в степень число в тригонометрической форме?
14. Сколько значений имеет корень  $n$ -й степени из комплексного числа?
15. Какое равенство называется формулой Эйлера?
16. Как осуществить переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной форме?
17. Как возвести в степень комплексное число в показательной форме?
18. Как найти все значения корня  $n$ -й степени из комплексного числа в показательной форме?

**Критерии оценивания:**

- «Отлично» (90 -100% правильных ответов)
- «Хорошо» (72 – 89 % правильных ответов)
- «Удовлетворительно» (61 -71 % правильных ответов)
- «Неудовлетворительно» (<60 % правильных ответов)

**Тема 2. Теория пределов**

Тема 2.3 Односторонние пределы, классификация точек разрыва

**Тема практического занятия:** «Вычисление пределов, раскрытие неопределенностей»

**Цель:** проверить умения и навыки студентов в вычислении пределов, раскрытии неопределенностей. Проверить знания и умения по вычислению пределов, сводящихся к замечательным.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 180 минут

**Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:**

1. Что такое предел функции?
2. Какая величина называется бесконечно малой?
3. Какая величина называется бесконечно большой?
4. Какие виды неопределенности вы знаете?
5. Какую неопределенность раскрывает первый замечательный предел?
6. Напишите формулу.
7. Напишите формулу второго замечательного предела.
8. Как связаны бесконечно большие и бесконечно малые функции?

**Рекомендуемая литература:** [1], [6]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Найти указанные пределы

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-3x-5x^3}{7x^3+2x^2+3}$

2)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+3x}{x^2+x-6}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x^2}-2}{x^2-x}$

4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-6x^3}{2x^3+3x^2+3}$

5)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3x+2}{x^2+5x+6}$

6)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2}-2}{\sqrt{x+1}-2}$

7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-2x+3x^4}{1+2x^2}$

8)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x^2+5x+6}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2}-2}{\sqrt{x+1}-2}$

10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2+8x+1}{1-x^2}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x^2-13x-2}{x^2-4}$

12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$

13)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+x+3}{1+x^2}$

14)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}$

15)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{11-x}-\sqrt{7+x}}$

16)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8-x+3x^4}{1+2x^8}$

17)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$

18)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10-x}-\sqrt{8+x}}{2x-2}$

19)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x}-x)$

20)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5+x^2}-\sqrt{3+x^2})$

21)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-3x+2}-x)$

22)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$

22)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3})$

23)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x+5}-5}{x-4}$

24)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-x^2-x+1}{3x^2-2x^4}$

25)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-16}{x^2-3x-4}$

26)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x}-\sqrt{3+x}}{5x}$

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

#### Тема 3.3. Полное исследование функции. Построение графиков

**Тема практического занятия:** «Физический и геометрический смысл производной, исследование функции с помощью производной»

**Цель:** научиться решать задачи с применением производной механического содержания. Знать, что такое дифференциал и применять его при приближенных вычислениях.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:**

1. В чем заключается геометрический смысл производной?
2. Написать формулу уравнения касательной к графику функции.
3. Сформулируйте правила Лопиталя.

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

**Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях**

**Теорема Ролля.** Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , дифференцируема на интервале  $(a; b)$  и на концах отрезка принимает одинаковые значения  $f(a) = f(b)$ , то найдется хотя бы одна точка  $c \in (a; b)$ , в которой производная  $f'(x)$  обращается в нуль, т. е.  $f'(c) = 0$ .

**Теорема Коши.** Если функции  $y = f(x)$  и  $y = \varphi(x)$  непрерывны на отрезке  $[a; b]$ , дифференцируемы на интервале  $(a; b)$ , причем  $\varphi'(x) \neq 0$  для  $x \in (a; b)$  то найдется хотя бы одна точка  $c \in (a; b)$  такая, что выполняется равенство  $\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(c)}{\varphi'(c)}$ .

**Теорема Лагранжа.** Если функция  $y = f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a; b]$ , дифференцируема на интервале  $(a; b)$  и на концах отрезка принимает одинаковые значения  $f(a) = f(b)$ , то найдется хотя бы одна точка  $c \in (a; b)$  такая, что выполняется равенство  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ .

**Следствие 1** Если производная некоторой функции на промежутке равна нулю, то функция постоянна на этом промежутке.

**Следствие 2** Если две функции имеют равные производные на некотором промежутке, то они отличаются друг от друга на постоянное слагаемое.

#### Возрастание и убывание функций

**Теорема 1.** (необходимые условия). Если дифференцируемая на интервале  $(a; b)$  функция  $y = f(x)$  возрастает (убывает), то  $f'(x) \geq 0$  ( $f'(x) \leq 0$ ) для любого  $x \in (a; b)$ .

**Теорема 2.** (достаточные условия). Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a; b)$  и  $f'(x) > 0$  ( $f'(x) < 0$ ) для любого  $x \in (a; b)$ , то эта функция возрастает (убывает) на интервале  $(a; b)$ .

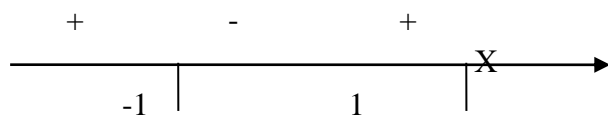
Теоремы 1 и 2 позволяют довольно просто исследовать функцию на монотонность (функция, убывающая или возрастающая, называется монотонной).

**Пример.** Исследовать функцию  $f(x) = x^3 - 3x - 4$  на монотонность.

Решение:

$$x \in R = (-\infty; +\infty)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1) \times (x+1)$$



$$f'(x) \geq 0 \text{ при } x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ при } x \in [-1; 1]$$

Ответ: данная функция возрастает при  $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$  и убывает  $x \in [-1; 1]$

### Максимум и минимум функций

**Теорема (необходимое условие).** Если дифференцируемая функция  $y = f(x)$  имеет экстремум в точке  $x_0$ , то ее производная в этой точке равна нулю:  $f'(x) = 0$ .

**Теорема (достаточное условие экстремума).** Если непрерывная функция  $y = f(x)$  дифференцируема в некоторой  $\delta$ -окрестности критической точки  $x_0$  и при переходе

через нее (слева на право) производная  $f'(x)$  меняет знак с плюса на минус, то  $x_0$  есть точка максимума, с минуса на плюс, то  $x_0$  - точка минимума.

Удобно использовать другой достаточный признак существования экстремума основанный на определении знака второй производной.

**Теорема.** Если в точке  $x_0$  первая производная функции  $y = f(x)$  равна нулю ( $f'(x) = 0$ ), а вторая производная в точке  $x_0$  существует и отлична от нуля ( $f''(x) \neq 0$ ), то при  $f''(x_0) < 0$  в точке  $x_0$  функция имеет максимум и минимум - при  $f''(x_0) > 0$ .

### Выпуклость графика функции. Точки перегиба

Точка графика непрерывной функции  $y = f(x)$ , отделяющая его части разной выпуклости, называется точкой перегиба.

**Теорема.** Если функция  $y = f(x)$  во всех точках интервала  $(a; b)$  имеет отрицательную вторую производную, т.е.  $f''(x) < 0$ , то график функции в этом интервале выпуклый вверх.

Если же  $f''(x) > 0$  для любого  $x \in (a; b)$  - график выпуклый вниз.

**Теорема (достаточное условие существования точек перегиба).** Если вторая производная  $f''(x)$  при переходе через точку  $x_0$  в которой она равна нулю или не существует, меняет знак, то точка графика с абсциссой  $x_0$  есть точка перегиба.

### Асимптоты графика функции

Асимптотой кривой называется прямая, расстояние до которой от точки, лежащей на кривой, стремится к нулю при неограниченном удалении от начала координат этой точки по кривой.

Асимптоты бывают вертикальными, наклонными и горизонтальными.

Прямая  $x=a$  является вертикальной асимптотой графика функции  $y=f(x)$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , или  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty$ , или  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$ .

Если существует наклонная асимптота  $y=Rx+b$ , то  $R$  и  $b$  находится по формуле:

$$R = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - Rx).$$

Если  $R=0$ , то  $y=b$  – уравнение горизонтальной асимптоты.

### Общая схема исследования функции и построения графика функции

Исследование функции целесообразно вести в определенной последовательности.

1. Найти область определения функции.
2. Найти (если это можно) точки пересечения графика с осями координат.
3. Найти интервалы знакопостоянства функции (промежутки, на которых  $f(x) > 0$  или  $f(x) < 0$ ).
4. Выяснить, является ли функция четной, нечетной или общего вида.
5. Найти асимптоты графика функции.
6. Найти интервалы монотонности функции.
7. Найти экстремумы функции.
8. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.

**Пример.** Исследовать функцию  $y = \frac{x}{1-x^2}$  и построить ее график.

1.  $x \in (-\infty; -1), (-1; 1), (1; +\infty)$

2.  $x = 0, y(0) = 0$

Точка  $(0;0)$  – точка пересечения графика с осями  $OX$  и  $OY$ .

3. Функция знакоположительна ( $y > 0$ ) в интервалах  $(-\infty; -1)$  и  $(0; 1)$ , знакоотрицательна – в  $(-1; 0)$  и  $(1; +\infty)$

4. Функция  $y = \frac{x}{1-x^2}$  является нечетной т.к.  $y(-x) = \frac{-x}{1-(-x)^2} = -\frac{x}{1-x^2} = -y(x)$ .

Следовательно, график ее симметричен относительно начала координат. Для построения графика достаточно исследовать ее при  $x \geq 0$ .

5. Прямые  $x = 1$  и  $x = -1$  являются ее вертикальными асимптотами.

Выясним наличие наклонной асимптоты.

$$R = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{1-x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1-x^2} = 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1-x^2} - 0 \times x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1-x^2} = 0$$

Следовательно, есть горизонтальная асимптота ее уравнение  $y=0$ . Наклонных асимптот нет.

Прямая  $y=0$  является асимптотой и при  $x \rightarrow +\infty$ , и при  $x \rightarrow -\infty$ .

$$6. \quad y' = \left( \frac{x}{1-x^2} \right)' = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}.$$

Так как  $y' > 0$  в области определения, то функции является возрастающей на каждом интервале области определения.

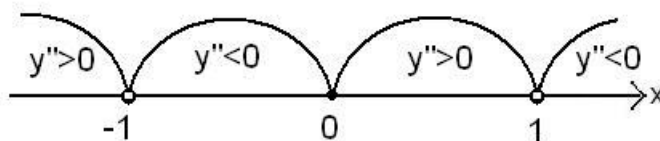
$$7. \text{ Т.к. } y' = \frac{x^2+1}{(1+x^2)^2}, \text{ то критическими точками является точки}$$

$$x_1 = -1 \text{ и } x_2 = 1.$$

Данные точки не принадлежат области определения функции, значит, функция экстремумов не имеет.

8. Найдем  $y''$

$$y'' = \left( \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \right)' = \frac{2x(x^2+3)}{(1-x^2)^3}$$



Точка (0;0) – точка перегиба графика функции.

График выпуклый вверх на интервалах  $(-1;0)$  и  $(1;+\infty)$ ; выпуклый вниз на интервалах  $(-\infty;-1)$  и  $(0;1)$

### Этапы выполнения работы:

#### Задание 1.

Исследовать функцию на монотонность и экстремум:

Вариант №1

$$1. \quad y = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$2. \quad y = \frac{5-2x}{x^2-4}$$

Вариант №3

$$1. \quad y = -x^3 + 3x^2 - 2$$

$$2. \quad y = \frac{x^2}{x^2-1}$$

Вариант №5

$$1. \quad y = x^3 - 12x + 6$$

$$2. \quad y = \frac{2x}{x^2+1}$$

Вариант №7

$$1. \quad y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$$

$$2. \quad y = \frac{2x}{x^2+1}$$

Вариант №9

$$1. \quad y = x^3 + 9x^2 + 24x + 12$$

$$2. \quad y = \frac{x^2}{6x+18}$$

Вариант №2

$$1. \quad y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$$

$$2. \quad y = \frac{x}{x^2-1}$$

Вариант №4

$$1. \quad y = -x^3 + 3x^2 - 2$$

$$2. \quad y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

Вариант №6

$$1. \quad y = x^3 - 12x^2 - 9x + 1$$

$$2. \quad y = \frac{1}{x^2+1}$$

Вариант №8

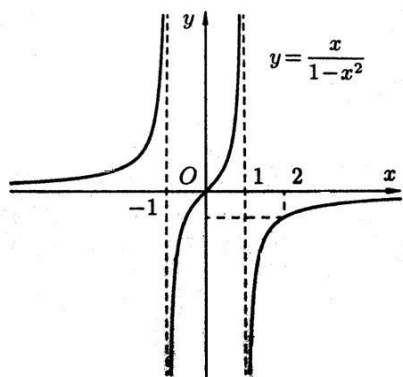
$$1. \quad y = x^3 - 12x^2 - 9x + 1$$

$$2. \quad y = \frac{x^2}{x^2+1}$$

Вариант №10

$$1. \quad y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - y = \frac{1}{3} \frac{x^2}{x-2}$$

#### Задание 2.



Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию  $y=f(x)$  и построить ее график.

- 1  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$
- 2  $y = x^3 - 11x^2 + 39x - 45$
- 3  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$
- 4  $y = x^3 + x^2 - 5x + 3$
- 5  $y = x^3 + 10x^2 + 32x + 32$
- 6  $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 20$
- 7  $y = x^3 - 14x^2 + 60x - 72$
- 8  $y = x^3 - 12x^2 + 45x - 54$
- 9  $y = x^3 - 18x^2 + 105x - 196$

**Тема 4.** Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

**Тема 4.3.** Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов

**Тема практического занятия:** «Вычисление определенных интегралов, вычисление площадей и объемов»

**Цель:** закрепить навык вычисления определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница, методом замены переменной и методом интегрирования по частям. Научиться находить площади плоских фигур с применением определенных интегралов.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:**

**Вопросы для самоконтроля.**

1. Какая геометрическая задача приводит к понятию определенного интеграла?
2. Назовите основные свойства определенного интеграла.
3. Напишите формулу Ньютона-Лейбница.

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.



Вариант 1.	Вариант 2.
№ 1. Вычислить определенные интегралы непосредственно:	
1) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) dx$	1) $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1) dx$
2) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx$	2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - 2 \cos x \right) dx$
№ 2. Вычислить определенные интегралы методом замены переменной:	
1) $\int_{-1}^2 (\tilde{o}^2 - 1)^3 \tilde{o} dx$	1) $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx$
2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 \sin x + 1} \cos x dx$	2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$
№ 3. Выполнить интегрирование по частям в определенном интеграле:	
$\int_0^1 \arcsin x dx$	$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$
Вариант 3.	Вариант 4.
№ 1. Вычислить определенные интегралы непосредственно:	
1) $\int_{-1}^0 (\tilde{o}^3 + 2\tilde{o}) dx$	1) $\int_1^8 \sqrt[3]{\tilde{o}^2} dx$
2) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 5(\cos x - \sin \tilde{o}) dx$	2) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^2 \tilde{o}} - \sin \tilde{o} \right) dx$
№ 2. Вычислить определенные интегралы методом замены переменной:	
1) $\int_0^3 \sqrt[3]{3\tilde{o} - 1} dx$	1) $\int_0^1 \frac{dx}{(3\tilde{o} + 1)^4}$
2) $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-2x} dx$	2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$
№ 3. Выполнить интегрирование по частям в определенном интеграле:	
$\int_0^1 \tilde{o} \tilde{a}^{-x} dx$	$\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$

**Задания для самостоятельной работы.**

1. Сделать чертеж и вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями.

1.  $y = 2 - x^2$ ,  $y = x$

9.  $x^2 - 2y = 0$ ;  $y - 2x = 0$

2.  $y = \frac{4}{x}$ ,  $y = 5 - x$

10.  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $y = 2x$

3.  $y = x^2$ ,  $y = 2x + 8$

11.  $x^2 - 2y = 0$ ;  $y - 2x = 0$

4.  $y = x^2 - 4$ ,  $y = 2x - 1$

12.  $y = x^2 + 1$ ,  $y = 5$

5.  $y = x^2 - 6x + 7$ ;  $y = -x + 7$

13.  $y = 2\sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$

6.  $y = \frac{3}{4}x^2$ ,  $2x + 4y - 1 = 0$

14.  $y^2 = 1 - x$ ,  $x = -3$

7.  $y = x^2$ ,  $x = 2 - x^2$

15.  $y^2 = 2x + 1$ ,  $y = x - 1$

8.  $y = \frac{3}{x}$ ,  $y = 4 - x$

16.  $x^2 = 3y$ ,  $y = x$

**Тема 5.** Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных

**Тема 5.3.** Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков

**Тема практического занятия:** «Функции нескольких действительных переменных»

**Цель:** научиться использовать методы дифференцирования для вычисления функций нескольких переменных.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

**1.** Найти все частные производные данных функций по каждой из независимых переменных.

1.1.  $z = 5x^3y - xy^4 + 3y + 8$ .

1.16.  $z = 2x\sqrt{y} - \frac{1}{2}x^3y^2 - 3xy + \sqrt[3]{x}$ .

1.2.  $z = (3xy^2 - 2x^3 + 1)^5$ .

1.17.  $z = \frac{x^2 + 2y^2}{x - y}$ .

1.3.  $z = \sqrt[4]{x} \cdot y + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ .

1.18.  $z = \ln(y^2 - 2x)^2$ .

$$1.4. z = \ln(x + \sqrt{y^2 + x^2}).$$

$$1.19. z = \ln \frac{\sqrt{y^2 + x^2} - x}{\sqrt{y^2 + x^2} + x}.$$

$$1.5. z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y^2}.$$

$$1.20. z = e^{-\frac{x}{\sqrt{y}}}.$$

$$1.6. z = \frac{1}{\operatorname{arctg} \sqrt{xy}}.$$

$$1.21. z = xy \ln(x + y).$$

**Тема 6.** Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных

**Тема 6.3.** Приложение двойных интегралов

**Тема практического занятия:** «Вычисление двойных интегралов»

**Цель:** научиться использовать методы интегрирования для вычисления двойных интегралов.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

1 $\iint_D 3xy^2 dx dy$ $D = \{(x; y)   3 \leq x \leq 6; 0 \leq y \leq 2\}$	2 $\iint_D 9x^2 y dx dy$ $D = \{(x; y)   3 \leq x \leq 6; 0 \leq y \leq 2\}$
3 $\iint_D \frac{3y}{x} dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq e; 4 \leq y \leq 6\}$	4 $\iint_D \frac{y}{2x} dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq e; 4 \leq y \leq 6\}$
5 $\iint_D (x - 3y^2) dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 3\}$	6 $\iint_D (x - y) dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 3\}$
7 $\iint_D (x + y) dx dy$ $D = \{(x; y)   3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 2\}$	8 $\iint_D (2x + 3y^2) dx dy$ $D = \{(x; y)   3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 2\}$
9 $\iint_D (3x^2 + 2y) dx dy$ $D = \{(x; y)   3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 2\}$	10 $\iint_D (5x - 2y) dx dy$ $D = \{(x; y)   0 \leq x \leq 1; 2 \leq y \leq 4\}$
11 $\iint_D (xy - 3y^2) dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq 3; 4 \leq y \leq 6\}$	12 $\iint_D (3y^2 - xy) dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq 3; 4 \leq y \leq 6\}$
13 $\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy$ $D = \{(x; y)   1 \leq x \leq 3; 0 \leq y \leq 2\}$	14 $\iint_D (3x^2 y - 3x^3) dx dy$ $D = \{(x; y)   0 \leq x \leq 1; 1 \leq y \leq 2\}$

1 $\iint_D x dx dy$ $D = \{(x; y)   y = x^3; x + y = 2; x = 0\}$	2 $\iint_D 9x^2 y dx dy$ $D = \{(x; y)   xy = 6; x + y - 7 = 0\}$
3 $\iint_D yx^2 dx dy$ $D = \{(x; y)   x^2 + y^2 = 4; x + y - 2 = 0\}$	4 $\iint_D (x + y) dx dy$ $D = \{(x; y)   0 \leq y \leq \pi; 0 \leq x \leq \sin y\}$
5 $\iint_D \sin(x + y) dx dy$ $D = \{(x; y)   x = y; x + y = \frac{\pi}{2}; y = 0\}$	6 $\iint_D dx dy$ $D = \{(x; y)   y^2 = x + 2; x + y = 2\}$
7 $\iint_D x dx dy$ $D = \{(x; y)   y = \sqrt{x}; y = x\}$	8 $\iint_D 2y dx dy$ $D = \{(x; y)   y = -x^3; y = 1; x = 0\}$
9 $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$ $D = \{(x; y)   y = x; xy = 1; y = 2\}$	10 $\iint_D x^2 y dx dy$ $D = \{(x; y)   y = 2 - x; y = x; x = 0\}$
11 $\iint_D (2x + y) dx dy$ $D = \{(x; y)   x + y = 3; y = 0; x = 0\}$	12 $\iint_D (2y^3 - x) dx dy$ $D = \{(x; y)   y = x + 2; y = 0; x = 0\}$
13 $\iint_D (xy - 4x + 2y - 1) dx dy$ $D = \{(x; y)   y = x^2; y = 0; x = 1\}$	14 $\iint_D (12xy + 9x^2 y) dx dy$ $D = \{(x; y)   y = \sqrt{x}; y = -x^2; x = 1\}$

**Тема 7:** Теория рядов

**Тема 7. 3.** Исследование сходимости рядов

**Тема практического занятия:** «Исследование сходимости рядов»

**Цель:** закрепить знания и умения по теме: «Исследование сходимости рядов»

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

**Вариант 1**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4^n}$ ;

**Вариант 2**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ ;

**Вариант 3**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ ;

**Вариант 4**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$ ;

**Вариант 5**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n}$ ;

**Вариант 6**

1. Исследовать сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ ;

**Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения****Тема 8. 3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка****Тема практического занятия: «Решение ДУ первого и второго порядка»**

**Цель:** научиться решать простейшие дифференциальные уравнения первого порядка методом непосредственного интегрирования; решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Научиться решать линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

1 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = 2y$  б)  $y' = \frac{3x}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 2y$  при начальных условиях  $y(2)=3$ .

2 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = -\frac{1}{3}y$  б)  $y' = xy$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $(1-x)y' - y = 0$ , если  $y(0)=1$ .

3 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = -3y$  б)  $y' = \frac{2x}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 2y$  при условии  $y(1)=3$

4 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = y^2$  б)  $y'\sqrt{y} = \sin x$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{y}{x}$ , если  $y(1)=1$ .

5 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = tgy$  б)  $y' = e^{2x-4y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ , если  $y(0)=1$

6 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $yy' = x+1$  б)  $y' = 2\sqrt{x}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $1 - \sqrt{1-x^2} \cdot y' = 0$  если  $y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

7 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = 2xy$  б)  $y' = \frac{3}{y}$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $x^2 y' = y$  при начальных условиях  $y(1)=0$ .

8 вариант.

1. Решить дифференциальные уравнения: а)  $y' = -\frac{1}{2}y$  б)  $y' = xy^2$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $(1-x)y' - y = 0$ , если  $y(0)=1$ .

9 вариант.

№	A)	B)	B)
1	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 6$
2	$y'' - 9y' + 14y = 0$	$y'' + 6y' + 8y = 0$	$y'' - y' - 2y = 0$ , если $y(0) = 3$ при $y'(0) = 0$
3	$y'' - y = 0$	$y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$	$y'' - 10y' + 25y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 8$
4	$y'' + 2y' = 0$	$y'' + 8y' + 16y = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$ , если $y(0) = -1$ при $y'(0) = 3$
5	$y'' - 14y' + 49y = 0$	$y'' - 16y = 0$	$y'' + 6y' + 9y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 1$
6	$3y'' - 2y' - 8y = 0$	$y'' - 2y' = 0$	$y'' - 3y' + 2y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 3$
7	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y'' - 6y' + 9y = 0$	$y'' - y' - 6y = 0$ , если $y(0) = 1$ при $y'(0) = 0$
8	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 6$
9	$y'' - 9y' + 14y = 0$	$y'' + 6y' + 8y = 0$	$y'' - y' - 2y = 0$ , если $y(0) = 3$ при $y'(0) = 0$
10	$y'' - y = 0$	$y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$	$y'' - 10y' + 25y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 8$
11	$y'' + 2y' = 0$	$y'' + 8y' + 16y = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$ , если $y(0) = -1$ при $y'(0) = 3$
12	$y'' - 14y' + 49y = 0$	$y'' - 16y = 0$	$y'' + 6y' + 9y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 1$
13	$3y'' - 2y' - 8y = 0$	$y'' - 2y' = 0$	$y'' - 3y' + 2y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 3$
14	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y'' - 6y' + 9y = 0$	$y'' - y' - 6y = 0$ , если $y(0) = 1$ при $y'(0) = 0$
15	$y'' + 3y' - 4y = 0$	$y'' - 3y' = 0$	$y'' - 9y = 0$ , если $y(0) = 2$ при $y'(0) = 6$

## Тема 9. Матрицы и определители

### Тема 9. 4. Обратная матрица. Ранг матрицы

#### Тема практического занятия: «Нахождение обратной матрицы»

**Цель:** научиться использовать метод Крамера для нахождения обратной матрицы.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

#### Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

Задание №1. Найдите обратную матрицу для матрицы A

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$



## Тема 10. Системы линейных уравнений

### Тема 10.3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса

#### Тема практического занятия: «Решение СЛУ разными методами»

#### Цель:

- научиться решать системы линейных уравнений методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы;
- закрепить навык вычисления определителя матрицы, обратной матрицы, произведения двух матриц;
- научиться приводить матрицу к треугольному виду, используя свойства матриц;
- научиться производить проверку решения системы линейных уравнений.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 180 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

#### Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

**Задание.** Решить систему линейных уравнений методом Крамера, Гаусса и обратной матрицы и выполнить проверку решения.

(№ задания соответствует порядковому номеру студента в журнале)

1. $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$	2. $\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2, \\ 4x - 5y + 2z = 1, \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$	3. $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x + y + z = 4, \\ x + 2y + 3z = 7, \\ x + y + 5z = 8 \end{cases}$	5. $\begin{cases} x - y + 3z = -4, \\ 2x + y - 2z = 5, \\ 3x + 3y + z = 6 \end{cases}$	6. $\begin{cases} 4x - y + 2z = 8, \\ 3x - 2y + 5z = 14, \\ 5x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$
7. $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4, \\ 3x - y - 5z = -5, \\ 4x + 3y - 2z = 16 \end{cases}$	8. $\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 7, \\ 2x - 2y + 3z = 5, \\ 7x - 8y + 5z = 13 \end{cases}$	9. $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - y + 4z = 5, \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$
10. $\begin{cases} 5x + 3y + z = 7, \\ 4x - 2y - 3z = 3, \\ x + y + z = 3 \end{cases}$	11. $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4, \\ 4x + 3y - 5z = 2, \\ 5x + 4y - 2z = 18 \end{cases}$	12. $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = -5, \\ 2x + 4y - 5z = -5, \\ 4x - 3y + 2z = 4 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 19, \\ 4x + 5y - 3z = 31, \\ 3x + 7y - 4z = 31 \end{cases}$	14. $\begin{cases} 2x + y - 2z = 1, \\ x - y + 3z = 4, \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$	15. $\begin{cases} 2x + 3y - z = 2, \\ 2x - y + 2z = 5, \\ 4x + 3y + 5z = 30 \end{cases}$

**Тема 11.** Векторы и действия с ними

**Тема 11.3.** Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов

**Тема практического занятия:** «Действия над векторами»

**Цель:** научиться выполнять линейные операции над векторами.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 90 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

**Последовательность выполнения работы**

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

### **1.3 Варианты заданий**

1) Даны координаты точек, найдите расстояние между точками, если

1.1) А( 2; -3) В (4; 2);

1.2) Д(-3; 4) В(-2; 1);

1.3) С(7; -4) В(3; 2);

1.4) А(-4; 9) В(2; 7);

1.5) М(-3; 2) Р(4; 0);

1.6) Р(5; -6) О(3; -2);

1.7) К(2; -3) С(-3; 2);

2) Точка М делит отрезок КР в отношении  $\lambda$ , найдите координаты точки М, если:

2.1)  $\lambda = \frac{1}{3}$  К(2;3) Р(-1;4);

2.2)  $\lambda = \frac{2}{3}$  К(-1;5) Р(2;3);

2.3)  $\lambda = \frac{1}{2}$  К(3;-2) Р(6;1);

2.4)  $\lambda = \frac{2}{5}$  К(-4;1) Р(-1;3);

2.5)  $\lambda = \frac{1}{4}$  К(2;-3) Р(-3;4);

2.6)  $\lambda = \frac{1}{3}$  1/5 К(4;5) Р(-3;2);

2.7)  $\lambda = \frac{2}{3}$  К(-3;4) Р(2;-5);

## Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости

### Тема 12. 4. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости

#### Тема практического занятия: «Кривые второго порядка»

**Цель:** научиться составлять уравнения эллипса, гиперболы, окружности, если известны их параметры.

**Методы обучения:** эвристический, наблюдения, анализ и синтез

**Форма организации учебной деятельности:** фронтальная, индивидуальная

**Время выполнения:** 180 минут

**Рекомендуемая литература:** [1],[2]

**Форма отчетности по занятию:** письменно в тетради

#### Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить работу по вариантам, пользуясь примерами решения упражнений в тетради.
3. Записать ответы к решениям упражнений.

1) Составить уравнение окружности концы диаметра которого имеют координаты:

- 1.1) (0; 3) и (6; -7);
- 1.2) (-2; 3) и (2; 5);
- 1.3) (1; 5) и (7; -4);
- 1.4) (-1; 4) и (3; 5);
- 1.5) (2; 4) и (5; 8);
- 1.6) (-3; 5) и (3; 7);

2) Составить уравнение эллипса, если известны координаты фокуса и эксцентриситета, построить эллипс:

- 2.1) (-4; 0) (4; 0)  $E=0,8$ ;
- 2.2) (-3; 0) (0; 3)  $E=0,4$ ;
- 2.3) (-2; 0) (2; 0)  $E=0,9$ ;
- 2.4) (-5; 0) (5; 0)  $E=0,5$ ;
- 2.5) (-6; 0) (6; 0)  $E=0,2$ ;
- 2.6) (-3; 0) (3; 0)  $E=0,6$ ;

3) Составить уравнение гиперболы, если известны асимптоты и координаты точки:

- 3.1)  $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}x$  A(6; -4);
- 3.2)  $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$  A(3; -5);
- 3.3)  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$  A(-2; 3);
- 3.4)  $y = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}x$  A(8; -3);
- 3.5)  $y = \pm \frac{\sqrt{8}}{5}x$  A(7; -4);

#### Критерии оценивания:

- «Отлично» (90 -100% правильно выполненных заданий)
- «Хорошо» (72 – 89 % правильно выполненных заданий)
- «Удовлетворительно» (61 -71 % правильно выполненных заданий)
- «Неудовлетворительно» (<60 % правильно выполненных заданий)

**Тест для проведения межсессионной аттестации**  
**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы отводится 90 минут. Выполняйте задания в любом порядке.

1. Область определения функции  $y = \sqrt{7-x} + 1$  имеет вид:  
а)  $x \in (-\infty; 7)$ ;                      б)  $x \in (7; \infty)$ ; в)  $x \in (-\infty; 7]$ ;                      г)  $x \in [7; \infty)$ .
2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = 3 + 8x - 3x^2$  в точке  $x_0 = 2$  равен:  
а) 2;                      б) -1;                      в) -4;                      г) 4.
3. Дана функция  $y = 2x - x^4 + 1$ . Установите соответствие между производными функции в соответствующих точках и их значениями:  
а)  $y'(0)$                       ( ) - 2;  
б)  $y'(1)$                       ( ) - 30;  
в)  $y'(2)$                       ( ) 2.
4. Производная функции  $y = x^2 \operatorname{tg} x$  имеет вид:  
а)  $y' = 2x \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  
б)  $y' = 2x \operatorname{tg} x + x^2 \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  
в)  $y' = 2x + \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  
г)  $y' = 2x \operatorname{tg} x - x^2 \frac{1}{\cos^2 x}$ .
5. Производная функции  $y = 4 \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$  в точке  $x_0 = 1$  равна:  
а) 2;                      б) 0;                      в)  $-\frac{1}{2}$ ;                      г) -2.
6. Производная функции  $y = \sin(5 - 2x)$  имеет вид:  
а)  $y' = -2 \cos(5 - 2x)$ ;  
б)  $y' = -2 \sin(5 - 2x)$ ;  
в)  $y' = \cos(5 - 2x)$ ;  
г)  $y' = 2 \cos(5 - 2x)$ .
7. Точкой минимума функции  $y = \frac{1}{3} x^3 - 2x^2$  является:  
а) нет экстремума;                      б) -2;                      в) 4;                      г) 0.
8. Если скорость материальной точки, движущейся прямолинейно, равна  $V(t) = 3 + 4t$ , тогда путь  $S$ , пройденный точкой за время  $t = 3$  от начала движения, равен:  
а) 4;                      б) 27;                      в) 18;                      г) 45.
9. Вторая производная функции  $y = 1 - 2x + 4x^2$  имеет вид:  
а)  $y'' = -2x + 8$ ;  
б)  $y'' = 3$ ;  
в)  $y'' = 8$ ;

г)  $y'' = 0$ .

10. Абсциссой точки перегиба графика функции  $y = 6x^2 - 2x^3 - 3$  является:

- а) -1;      б) 0;      в)  $\frac{3}{2}$ ;      г) 1.

11. Множество всех первообразных функции  $y = \frac{2}{x^2}$  имеет вид:

- а)  $-\frac{4}{x^3} + c$ ;      б)  $-\frac{2}{x}$ ;      в)  $-\frac{4}{x^3}$ ;      г)  $-\frac{2}{x} + c$ .

12. Если  $\int f(x)dx = 2e^x - 7x + c$ , тогда функция  $f(x)$  равна:

- а)  $2e^x$ ;      б)  $e^{2x} - 7$ ;      в)  $2e^x - 7$ ;      г)  $2e^x - \frac{7x^2}{2}$ .

13. Определённый интеграл  $\int_1^2 4x^3 dx$  равен:

- а)  $x^4$ ;      б) 15;      в) 36;      г) 17.

14. Используя свойства определённого интеграла, интеграл  $\int_0^{2\pi} (\cos(5x-1) + 2x^3)dx$  можно привести к виду:

- а)  $2 \int_0^{2\pi} (\cos(5x-1) + x^3)dx$ ;  
 б)  $\int_0^{\pi} \cos(5x-1)dx + \int_{\pi}^{2\pi} 2x^3 dx$ ;  
 в)  $\int_{2\pi}^0 (\cos(5x-1) + 2x^3)dx$ ;  
 г)  $\int_0^{2\pi} \cos(5x-1)dx + 2 \int_0^{2\pi} x^3 dx$ .

15. В результате подстановки  $t = 2x + 3$  интеграл  $\int \cos(2x+3)dx$  приводится к виду:

- а)  $2 \int \cos t dt$ ;  
 б)  $\int \cos t dx$ ;  
 в)  $\int \cos t dt$ ;  
 г)  $\frac{1}{2} \int \cos t dt$ .

16. Точка  $x = 1$  для функции  $y = \frac{2x}{x+5}$  является:

- а) точкой устранимого разрыва;  
 б) точкой разрыва I рода;  
 в) точкой непрерывности;  
 г) точкой разрыва II рода.

17. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x}$  равно:

а) 0;            б) 3;            в)  $\frac{1}{3}$ ;            г) 1.

18. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{x^2-64}$  равно:

а) -0,5;            б) 0,5;            в)  $\infty$ ;            г) 0.

19. Предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$  равен: \_\_\_\_\_.

20. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^2+3x}{4-3x+x^2}$  равно:

а) -2;            б)  $\frac{1}{4}$ ;            в) 0;            г)  $\infty$ .

### Критерий оценки выполнения тестов

Уровень Б (задания 1 – 14) – правильный ответ – 1 балл, неправильный ответ – 0 баллов.

Уровень П (задания 15 – 20) – правильный ответ – 2 балла, неправильный ответ – 0 баллов.

Тест считается выполненным на оценку:

- "5", если набрано от 22 - 26 баллов;
- "4", если набрано от 16 - 20 баллов;
- "3", если набрано от 9 - 14 баллов;
- "2", если набрано меньше 9 баллов.

### Промежуточная аттестация

#### Паспорт фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

##### 1.1 Цели и задачи промежуточной аттестации

Целью промежуточной аттестации является проверка и оценка уровня освоения обучающимися знаний, умений ЕН. Элементы высшей математики.

Главной задачей промежуточной аттестации обучающихся является установление соответствия результата освоения знаний и умений, сформированности общих компетенций требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

##### Общие компетенции, включающие в себя способность:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

##### Уметь:

- Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений
- Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости

- Применять методы дифференциального и интегрального исчисления
- Решать дифференциальные уравнения
- Пользоваться понятиями теории комплексных чисел

#### **Знать:**

- Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии
- Основы дифференциального и интегрального исчисления
- Основы теории комплексных чисел

## **1.2. Форма промежуточной аттестации**

**Экзамен (3 семестр)**

## **1.3 Система оценивания результатов выполнения заданий**

Оценивание результатов выполнения заданий промежуточной аттестации осуществляется на основе следующих принципов:

достоверности оценки – оценивается уровень сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций, продемонстрированных обучающимися в ходе выполнения задания;

адекватности оценки – оценка выполнения заданий должна проводиться в отношении тех компетенций, которые необходимы для эффективного выполнения задания; надежности оценки – система оценивания выполнения заданий должна обладать высокой степенью устойчивости при неоднократных оценках уровня сформированности знаний, умений, практического опыта, общих и профессиональных компетенций обучающихся;

комплексности оценки – система оценивания выполнения заданий должна позволять интегративно оценивать общие и профессиональные компетенции обучающихся;

объективности оценки – оценка выполнения конкурсных заданий должна быть независимой от особенностей профессиональной ориентации или предпочтений преподавателей, осуществляющих контроль или аттестацию.

При выполнении процедур оценки заданий используются следующие основные методы:

метод расчета первичных баллов;

метод расчета сводных баллов.

Результаты выполнения заданий оцениваются в соответствии с разработанными критериями оценки. Используется пятибалльная шкала для оценивания результатов обучения.

Перевод пятибалльной шкалы учета результатов в пятибалльную оценочную шкалу:

Оценка	Количество баллов, набранных за выполнение теоретического и практического задания, средний балл по итогам аттестации
Оценка 5 «отлично»	4,6-5
Оценка 4 «хорошо»	3,6-4,5
Оценка 3 «удовлетворительно»	3-3,5
Оценка 2 «неудовлетворительно»	≤ 2,9

## **1.4. Материально-техническое обеспечение для проведения промежуточной аттестации**

Аттестация проводится в кабинете математических дисциплин.

## 1.5 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### Задания для экзамена

#### Объекты оценивания:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

#### Знания и умения:

##### Уметь:

- Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений
- Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости
- Применять методы дифференциального и интегрального исчисления
- Решать дифференциальные уравнения
- Пользоваться понятиями теории комплексных чисел

##### Знать:

- Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии
- Основы дифференциального и интегрального исчисления
- Основы теории комплексных чисел

**Форма аттестации:** выполнение экзаменационного задания.

#### Задание:

1. Теоретическое: ответить на вопросы.
2. Практическое: выполнение практического задания.

#### Условия выполнения задания:

- 1) Задание выполняется в кабинете математических дисциплин.
- 2) Обучающиеся устно отвечают на 1 теоретический вопрос, при выполнении задания обучающийся может в письменной форме дать ответ или составить план ответа на вопрос. После истечения времени, отводимого на подготовку, обучающийся дает устный ответ на вопрос задания.
- 3) Обучающиеся решают 1 практическое задание, задание выполняется письменно.
- 4) Время, отводимое на выполнение задания одним обучающимся – 90 минут, в том числе: собеседование по вопросу – 30 мин (20 мин. на подготовку, 10 мин. на собеседование);

выполнение практического задания – 60 мин.

- 5) Максимальный балл за задание – 5 баллов, в том числе:  
собеседование по вопросу – 2 балл;  
решение практического задания – 3 балла.

#### Перечень вопросов теоретического задания:

1. Определение матрицы. Операции над матрицами.
2. Определители квадратных матриц, правила их вычисления.
3. Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы.



4. Системы линейных алгебраических уравнений (основные понятия и определения).
5. Алгоритм решения СЛАУ матричным методом (методом обратной матрицы).
6. Алгоритм решения СЛАУ методом Крамера.
6. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
7. Понятие комплексного числа, его геометрическая интерпретация.
8. Алгебраическая форма комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление).
9. Степени мнимой единицы.
10. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.
18. Возведение в степень комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
19. Квадратный и кубический корень из комплексного числа.
20. Определение предела функции в точке и на бесконечности.
21. Основные теоремы о пределах.
22. Первый и второй замечательные пределы.
23. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точки разрыва.
30. Производная функции. Дифференциал функции. Правила дифференцирования.
31. Таблица производных. Производная сложной функции.
32. Механический и геометрический смысл производной.
33. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
34. Таблица неопределенных интегралов.
35. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
36. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
37. Вычисление площадей плоских фигур с помощью интегралов.

### Практические задания:

1. Вычислить повторный интеграл:

$$\int_0^2 dx * \int_0^3 (x^2 + 2xy) dy$$

2. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D \frac{y}{x} dx dy$$

Где D – область, ограниченная линиями:  $y=x$ ,  $y=4x$ ,  $y=\frac{4}{x}$

3. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D (x + y) dx dy$$

Где D – область, ограниченная линиями:  $x = 2$ ,  $x = 5$ ,  $y = 1$ ,  $y = 3$

4. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной:

$$\int \cos^5 x * \sin x dx$$

5. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной:

$$\int x * e^{-x^2} dx$$

6. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной:

$$\int (3x - 1)^5 dx$$

7. Вычислить неопределенный интеграл с помощью формулы интегрирования по частям:

$$\int e^x * \cos x dx$$

8. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

9. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

10. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

11. Найдите линейную комбинацию матриц  $1,5A + 4E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $E$  – единичная матрица.

12. Вычислить определенный интеграл методом замены переменных:

$$\int_0^1 (x^2 + 1)^3 * x dx$$

13. Вычислить определенный интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int_0^{\pi/2} x * \cos x dx$$

14. Вычислить определенный интеграл методом интегрирования по частям

$$\int_0^{\pi/2} x * \sin x dx$$

15. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры:

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

16. Вычислить определенный интеграл непосредственно:

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - 2\cos x \right) dx$$

17. Найдите линейную комбинацию матриц  $A * B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

18. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:

$$y = x^2, y = x + 6$$

19. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

20. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

21. Найдите линейную комбинацию матриц  $A * B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

22. Решите письменно задачу на вычисление определителя третьего порядка, используя основные понятия и методы линейной алгебры.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & -7 & 7 \end{vmatrix}$$

23. Найдите линейную комбинацию матриц  $A + 4B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

24. Найдите линейную комбинацию матриц  $\frac{2}{3}A - 2B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 9 & 9 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

25. Найдите линейную комбинацию матриц  $2A - 4B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

## 1.6 Критерии оценки

### 1.6.1. Критерии оценки (Экзамен)

Критерии оценки результатов выполнения теоретического задания		Баллы в соответствии с критериями оценки
		Максимальный балл – 2,0 балла
1	<p>Демонстрирует глубокое, полное знание и понимание программного материала.</p> <p>Последовательно, самостоятельно раскрывает основное содержание вопроса.</p> <p>Выводы аргументированы, основаны на самостоятельно выполненном анализе, обобщении данных.</p> <p>Четко и верно даны определения понятий и научных терминов.</p> <p>Дает верные, самостоятельные ответы на вопросы.</p>	2,0
2	<p>Демонстрирует недостаточно глубокое, полное знание и понимание программного материала.</p> <p>Недостаточно последовательно, но самостоятельно раскрывает основное содержание вопроса.</p> <p>Выводы основаны на самостоятельно выполненном анализе, обобщении данных, но в отдельных случаях недостаточно аргументированы.</p> <p>Недостаточно четко и верно даны определения понятий и научных терминов.</p> <p>При ответе на вопросы допускает несущественные ошибки, которые может исправить самостоятельно.</p>	1,5
3	<p>Демонстрирует в отдельных вопросах, неглубокое владение знаниями программного материала.</p> <p>Излагает программный материал фрагментарно, не всегда последовательно.</p> <p>Допущены ошибки и неточности в использовании научной терминологии.</p>	0,8

	При ответе на вопросы допускает неточности.	
<b>4</b>	Студент демонстрирует незнание и непонимание программного материала.  Основное содержание учебного материала не раскрыто;  допущены грубые ошибки в определении понятий, при использовании терминологии.  Затрудняется отвечать на вопросы, при ответе допускает серьезные ошибки.	<b>0</b>
	<b>ИТОГО</b>	<b>2</b>

<b>Критерии оценки результатов выполнения практического задания</b>		<b>Баллы в соответствии с критериями оценки</b>
<b>Соблюдение алгоритма выполнения задания</b>		<b>Максимальный балл – 1,0 балл</b>
<b>1</b>	- выполнение задания осуществляется по предложенному алгоритму, к каждому шагу выполнения предоставлена копия экрана	<b>1</b>
<b>2</b>	- алгоритм выполнения задания отсутствует	<b>0</b>
<b>Оформление задания в качестве текстового документа</b>		<b>Максимальный балл – 1,0 балл</b>
<b>1</b>	- верно оформлено описание практического задания, представлены все копии экрана, подтверждающие шаги выполнения	<b>1</b>
<b>2</b>	- описание задания оформлено с незначительными неточностями, 1-2 копии экрана отсутствуют или представлены неверно	<b>0,5</b>
<b>3</b>	- описание практического задания оформлено неверно	<b>0</b>
<b>Достижение результата после выполнения задания</b>		<b>Максимальный балл – 0,5 балла</b>
<b>1</b>	- итоговый результат достигнут в полном объеме	<b>0,5</b>
<b>2</b>	- достижение результата достигнуто не в полном объеме, отсутствуют отдельные моменты	<b>0,3</b>
<b>3</b>	- результат выполнения не достигнут	<b>0</b>

<b>Устное объяснение выполненного задания, вывод о проделанной работе</b>		<b>Максимальный балл – 0,5 балла</b>
<b>1</b>	- объяснение выполнения задания последовательно, связно, логично, вывод аргументирован и обоснован; правильно и обстоятельно дается ответ (ответы) на сопутствующие вопрос (вопросы)	0,5
<b>2</b>	- незначительно нарушена последовательность, логика объяснения выполнения задания, выводы аргументированы и обоснованы; студент испытывает незначительные затруднения, отвечая на сопутствующие вопросы	0,3
<b>3</b>	- значительно нарушена последовательность, логика объяснения выполнения задания (студент не может объяснить, каким образом пришел к полученному результату), выводы не могут считаться аргументированными и обоснованными; студент испытывает значительные затруднения, отвечая на сопутствующие вопросы	0
<b>ИТОГО</b>		<b>3</b>

Результаты выполнения теоретического задания и результаты выполнения практического задания суммируются. Формируется свод результатов, полученные результаты соотносятся с 5-бальной системой оценки:

<b>Оценка</b>	<b>Количество баллов, набранных за выполнение теоретического и практического задания</b>
Оценка 5 «отлично»	<b>4,6-5</b>
Оценка 4 «хорошо»	<b>3,6-4,5</b>
Оценка 3 «удовлетворительно»	<b>3-3,5</b>
Оценка 2 «неудовлетворительно»	<b>≤ 2,9</b>